ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP MÔN TOÁN 9 HỌC KỲ II
A. PHẦN ĐẠI SỐ:

I. LÝ THUYẾT:

*** Phương trình bậc nhất hai ẩn:** Có dạng $ax+by=c$, trong đó $a\neq 0\ \ hay\ \ b\neq 0$

* Nghiệm tổng quát của phương trình bậc nhất hai ẩn :

$ax+by=c \Leftrightarrow by=-ax+c \Leftrightarrow y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b}$. Nghiệm tổng quát là: $\begin{cases} x\in R \\ y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b} \end{cases}$

*** Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:**

Có dạng: (I) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ trong đó $a,a',b,b',c,c'\neq 0$

+ Hệ I có vô số nghiệm, nếu: $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

+ Hệ I vô nghiệm, nếu: $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$

+ Hệ I có nghiệm duy nhất, nếu: $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$

*** Các phương pháp giải hệ phương trình:** Phương pháp thế và phương pháp cộng đại số.
Cách thực hiện phương pháp cộng đại số trong trường hợp cá hệ số của hai ẩn không bằng nhau, không đối nhau:

+ Bước 1: Biến đổi hai phương trình trong hệ sao cho hệ số của ẩn x hoặc ẩn y bằng nhau hoặc đối nhau.

+ Bước 2: Nếu hệ số của ẩn x hoặc y bằng nhau (hay đối nhau) thì ta trừ (hay cộng) theo từng vế của hai phương trình. Ta có phương trình còn lại một ẩn.

+ Bước 3: Giải phương trình một ẩn vừa tìm được.

+ Bước 4: Thay giá trị của ẩn vừa tìm được vào 1 trong 2 phương trình của hệ ta được giá trị của ẩn có lại.

*** Nắm các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:**

+ Bước 1: Lập hệ phương trình:
  - Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn.
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biếtý thông qua ẩn và đại lượng đã biết.
  - Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

+ Bước 2: Giải hệ hai phương trình vừa lập được.

+ Bước 3: Kết luận nghiệm của hệ phương trình.

*** Hàm số và đồ thị hàm số:** $y=ax^2$

+ Tính chất:

Hàm số $y=ax^2$, trường hợp a > 0	Hàm số $y=ax^2$, trường hợp a < 0
- Nghịch biến khi x < 0 - Đồng biến khi x > 0 - Giá trị nhỏ nhất y = 0, tại x = 0 - Đồ thị nằm phía trên trục hoành - O là điểm thấp nhất của đồ thị	- Nghịch biến khi x > 0 - Đồng biến khi x < 0 - Giá trị lớn nhất y = 0, tại x = 0 - Đồ thị nằm phía dưới trục hoành - O là điểm cao nhất của đồ thị

+ Cách vẽ đồ thị hàn số $y = ax^2$

- Lập bảng giá trị tương ứng của x và y
- Biểu diễn các điểm có toạ độ tương ứng của x và y trên mặt phẳng xOy.
- Nối các điểm đó lại bởi các cung ta được đồ thị dạng Parabol.

*** Phương trình bậc hai một ẩn:** Có dạng $ax^2 + bx + c = 0$, trong đó $a \neq 0$

+ Công thức nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$

<table>
<tr><td colspan="2">Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$</td></tr>
<tr><td>Biệt thức: $\Delta = b^2 - 4ac$
+ $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt
$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
+ $\Delta = 0$ phương trình có nghiệm kép:
$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
+ $\Delta < 0$ phương trình vô nghiệm</td><td>Biệt thức: $\Delta' = b'^2 - ac \quad (b = 2b')$
+ Δ’ > 0 phương trình có hai nghiệm phân biệt
$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$
+ Δ’ = 0 phương trình có nghiệm kép:
$x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$
+ Δ’ < 0 phương trình vô nghiệm</td></tr>
</table>

+ Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt, nghiệm kép, vô nghiệm và có nghiệm.

- Phương trình có hia nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$ (hay Δ’> 0)
- Phương tình có nghiệm kép khi $\Delta = 0$ (hay Δ’= 0)
- Phương trình vô nghiệm khi $\Delta < 0$ (hay Δ’< 0)
- Phương trình có nghuiệm khi $\Delta \geq 0$ (hay Δ’≥ 0)

+ Trường hợp đặc biệt nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$
- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a}$

+ Định lí Vi-ét: Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, nếu $\Delta \geq 0$ (hay Δ’ ≥ 0)

thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 . x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

*** Tìm hai số khi biết tổng và tích:** Nếu $u + v = S$ và $u \times v = P$ thì u, v là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - Sx + P = 0$. Điều kiện để có hai số u và v: $S^2 - 4P \geq 0$.

*** Nắm các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình.**

II. BÀI TẬP:

Câu 1: Giải các hệ phương trình sau:

a/ $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$ b/ $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$ c/ $\begin{cases} x + 3y = 4y - x + 5 \\ 2x - y = 3x - 2(y+1) \end{cases}$ d/ $\begin{cases} x + y = 33 \\ x \times y = -70 \end{cases}$

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a/ $3x^2 - x - 6 = 0$

b/ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 5$

c/ $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

d/ $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{x}=2$ e/ $\left(x^2+5x+6\right)\left(x^2-4x+1\right)=0$ f/ $x^3-3x^2-x+3=0$

Câu 3: Với giá trị nào của m thì phương trình $x^2-3x+m-1=0$

a) Có hai nghiệm phân biệt. b) Có nghiệm kép.

Câu 4: Cho hai đồ thị hàm số (P): $y=x^2$ và (d) : $y=x+2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng toạ độ.

b/ Gọi M, N là hai điểm chung của (P) và (d). Tìm toạ độ M, N.

c/ kẻ MH, NK vuông góc với trục hoành (H, K thuộc trục hoành). Tính diện tích MHKN.

Câu 5: Cho phương trình $x^2-5x+4m-3=0$. Biết phương trình có nghiệm $x_1=2$. Tìm m và nghiệm x_2 của phương trình.

Câu 6: Tìm phương trình có hai nghiệm là 4 và -12

Câu 7: Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+4m=0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn: $x_1^2+x_2^2=20$.

Câu 8: Một ca nô xuôi dòng 44 km rồi ngược dòng 27 km. Hết tất cả 3 giờ 30 phút. Biết vận tốc thực của ca nô là 20 km/h. Tính vận tốc dòng nước.

Câu 9: Hai tổ thanh niên tình nguyện cùng sửa một con đường vào thôn trong bốn giờ thì xong. Nếu làm riêng thì tổ 1 làm nhanh hơn tổ 2 sáu giờ. Hỏi mỗi tổ làm một mình thì bao lâu sẽ xong việc ?

Câu 10: Hai xe khởi hành cùng một lúc từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 60 km. Xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 10km/giờ nên đến nơi sớm hơn xe thứ hai 30 phút. Tính thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường.

Câu 11: Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\dfrac{2}{3}$ chiều dài, và diện tích là 2400 cm^2. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Câu 12: Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km. Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe ô tô.

Câu 13: Cho phương trình: $x^2-2mx+2m-1=0$

a/ Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm $x_1;x_2$ với mọi m.

b/ Đặt A$=2(x_1^2+x_2^2)-5x_1x_2$.

+ Chứng minh rằng: A$=8m^2-18m+9$

+ Tìm m sao cho A= 27.

Câu 14: Cho phương trình : $x^2-2(m+1)x+m^2-4m+3=0$

a/ Xác định giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu

b/ Xác định giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn không.

Câu 15: Cho phương trình : $x^2-2(m+1)x+2m+10=0$ (với m là tham số)

a/ Trong trường hợp phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là $x_1;x_2$; hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa $x_1;x_2$ mà không phụ thuộc vào m.

b/ Tìm giá trị của m để $10x_1x_2+x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 16: Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx-y=2 \\ x+my=1 \end{cases}$

a/ Giải hệ phương trình theo tham số m.

b/ Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y). Tìm các giá trị của m để x + y = -1.

c/ Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

B. PHẦN HÌNH HỌC

I. LÝ THUYẾT

1. Khi nào thì $sđAB = sđAM + sđMB$?

Nếu điểm M nằm trên cung AB và chia cung AB thành hai cung AM và cung MB.

2. So sánh cung: Trong một đường tròn hoặc hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.

3. Định lý hệ giữa cung và dây: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau và ngược lại.
- Cung lớn hơn căng dây lớn hơn và ngược lại.
- Trong 1 đường tròn hai cung bị chắn giữa 2 dây song song thì bằng nhau.

4. Định lý liên hệ giữa đường kính, cung và dây:

- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây cung (không phải là đường kính) thì đi qua điểm chính giữa của cung ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.

5. Định lý góc ở tâm: Số đo của góc ở tâm bằng số đo của cung bị chắn.

6. Định lý góc nội tiếp, hệ quả góc nội tiếp: Trong một đường tròn:

+ Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

+ Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.

+ Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

+ Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 900) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

+ Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

7. Định lý góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung:

Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

8. Hệ quả góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung: Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

9.Định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn: Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn có số đo bằng nửa tổng số đo của hai cung bị chắn.

10. Định lý góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn: Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn có số đo bằng nửa hiệu số đo của hai cung bị chắn.

11. Định lý tứ giác nội tiếp:

+ (Thuận) : Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0.

+ (Đảo) : Nếu một tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

12. Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn:

+ Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0.

+ Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.

+ Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm. Điểm đó gọi là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

+ Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α

13. Độ dài đường tròn bán kính R là: $C = 2\pi R$

14. Độ dài của cung tròn có số đo n độ, bán kính R là: $l = \dfrac{\pi R n}{180}$

15. Diện tích hình tròn bán kính R là: $S = \pi R^2$

16. Diện tích hình quạt tròn cung n độ bán kính R là : $S_q = \dfrac{\pi R^2 n}{360}$

17. Hình trụ bán kính đường tròn đáy là r, chiều cao h:

+ Diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 2\pi rh.$

+ Diện tích toàn phần là: $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$

+ Thể tích là: $V = \pi r^2 h$

18. Hình nón có bán kính đường tròn đáy la r, đường sinh là *l*, chiều cao là h:

+ Diện tích xung quanh là: $S_{xq} = \pi rl$

+ Diện tích toàn phần là: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

+ Thể tích là: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

19. Hình nón cụt có bán kính đường tròn hai đáy r_1, r_2 chiều cao là h, độ dài đường sinh *l*:

+ Diện tích xung quanh là: $S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l$

+ Thể tích là: $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)h$.

II. BÀI TẬP:

Câu 1: Cho tam giác ABC có góc B bằng 900 và có BC > BA, đường cao BH. Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B, vẽ nửa đường tròn tâm O đường kính CH cắt BC tại M, vẽ nửa đường tròn tâm O’ đường kính HA cắt AB tại N. Chứng minh:

a/ BMHN là hình chữ nhật.

b/ Tứ giác CMNA là tứ giác nội tiếp.

c/ BM . BC = BN .BA

d/ Cho $\mathrm{CHM} = 60^0$, CH = 8 cm. Tính diện tích hình quạt COM

Câu 2: Cho (O;R), kẻ hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn OA lấy điểm E bất kì (E nằm giữa O, A). Qua E kẻ đường thẳng d□ // CD , CE cắt đường tròn tại F. Kẻ tiếp tuyến F*x* cắt d tại I.

a/ Chứng minh tứ giác OEFI nội tiếp.

b/ Tứ giác OIEC là hình gì?

c/ Cho $\widehat{FCD}$ = 30^0 ; CD = 10 cm. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung và dây FD.

Câu 3: Điểm A nằm ngoài đường tròn (O,R). Vẽ tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE với (O)

a/ Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp

b/ $AC^2 = AD.AE = OA^2 – R^2$

Câu 4: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 314 cm^2, chiều cao bằng bán kính đường tròn đáy. Tính thể tích của hình trụ đó.

Câu 5: Biết bán kính đáy của một hình nón bằng 3cm và diện tích diện tích xung quanh gấp ba lần diện tích đáy của hình nón. Tính thể tích của hình nón.

Câu 6: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. M là một điểm trên cung AC (không chứa B) kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC.

a/ Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp.

b/ Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{HMK}$

c/ Chứng minh ΔAMB đồng dạng với ΔHMK.

Câu 7: Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn đó. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn (B và C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của DE.

a/ CMR: A,B, H, O, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

b/ CMR: HA là tia phân giác của góc BHC.

c/ Gọi I là giao điểm của BC và DE. CMR: $AB^2 = AI.AH$

d/ BH cắt (O) ở K. Chứng minh rằng: AE song song CK

câu 8 : Cho tam giác ABC vuông tại A, đ□ờng cao AH. Vẽ đ□ờng tròn tâm O, đ□ờng kính AH. Đ□ờng tròn này cắt các cạnh AB, AC thứ tự ở D và E

a) Chứng minh ba điểm D, O, E thẳng hàng
b) Các tiếp tuyến của đ□ờng tròn tâm O kẻ từ D và E cắt cạnh BC t□ơng ứng tại M và N. Chứng minh M và N lần l□ợt là trung điểm của các đoạn HB và HC
c) Cho AB = 8 cm, AC = 19 cm. Tính diện tích tứ giác MDEN

H□ớng dẫn:

a) Dễ chứng minh
b) Vì MD = MH và OD = OH, nên OM là trung trực của HD. Suy ra OM //AB. Từ đó OM là đ□ờng trung bình của tam giác AHB. Suy ra MB = MH. T□ơng tự cho NC = NH
c) $S_{MDEN} = 2.S_{MON} = 2.\frac{1}{4}S_{ABC} = 38\ (cm^2)$

Câu 9 : Đ□ờng tròn tâm O và một dây AB của đ□ờng tròn đó. Các tiếp tuyến vẽ từ A và B của đ□ờng tròn cắt nhau tại C. D là một điểm trên đ□ờng tròn có đ□ờng kính OC (D khác A và B). CD cắt cung AB của đ□ờng tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D). Chứng minh:

a) $\widehat{BED} = \widehat{DAE}$ b) $DE^2 = DA.DB$

H□ớng dẫn:

a) Góc BED = góc BCE + góc CBE = góc DAB + góc EAB = góc DAE
b) Ta có góc ADE = góc ABC = góc CAB = góc EDB. Từ đó chứng minh ΔBED đồng dạng với ΔEAD. Suy ra đpcm

Câu 10: Từ điểm P nằm ngoài đ□ờng tròn (O) vẽ tiếp tuyến PA với đ□ờng tròn. Qua trung điểm B của đoạn PA vẽ cát tuyến BCD với (O) (theo thứ tự ấy) Các đ□ờng thẳng PC và PD cắt (O) lần l□ợt ở E và F. Chứng minh

a) $\widehat{DCE} = \widehat{DPF} + \widehat{CAF}$ b) $AB^2 = BC.\ BD$
c) AP // EF

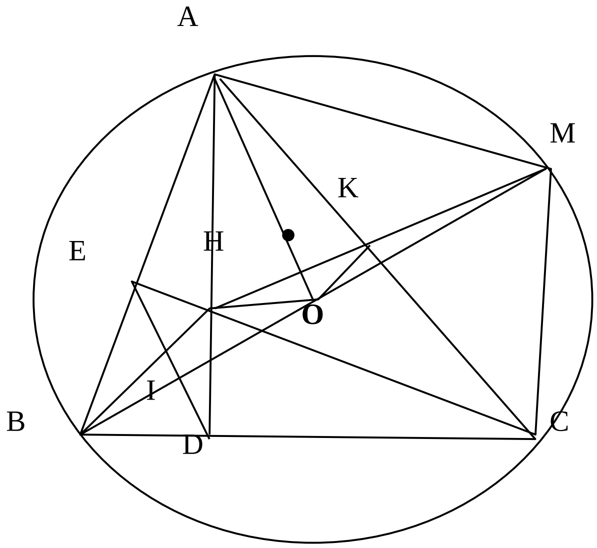
H□ớng dẫn:

a) 2(Góc DPE + góc CAF) = Sđ cung ED – Sđ cung CF + Sđ cung CF = 2.Góc DCE (đpcm)
b) Chứng minh tam giác BAC đồng dạng với tam giác BDA. Suy ra đpcm
c) Từ kết quả câu b) ta chứng minh đ□ợc tam giác BPC đồng dạng với tam giác BDP (c. g. c). suy ra góc BPC = góc BDP = góc PEF. Suy ra đpcm

Câu 11: Tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đ□ờng tròn (O). Hai đ□ờng cao AD và CE cắt nhau tại H. Tia BO cắt (O) tại M, gọi I là giao của BM và DE, K là giao của AC và HM

a) Chứng minh các tứ giác AEDC và CMID nội tiếp
b) Chứng minh OK vuông góc với AC

c) Cho góc AOK = 60^0. Chứng minh tam giác HBO cân



<u>Hướng dẫn:</u>

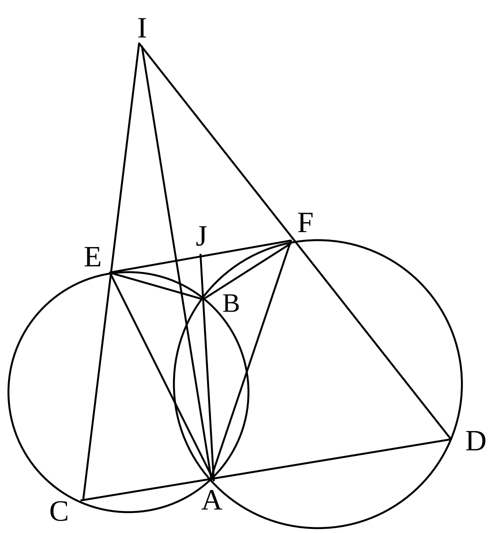
a) Góc IDB = góc IMC (cùng = góc BAC), suy ra tứ giác CMID nội tiếp
b) Hãy chứng minh tứ giác AMCH là hình bình hành. Suy ra OK vuông góc với AC
c) Theo giả thiết 2OK = OA = OB. Mà OK là đường trung bình của tam giác MBH, nên 2OK = BH. Suy ra đpcm

Câu 12: Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn gần B hơn, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt hai đường tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và DF cắt nhau ở I. Chứng minh:

a) ΔIEF = ΔAEF b) IA vuông góc với CD c) Tứ giác IEBF nội tiếp
d) Đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF

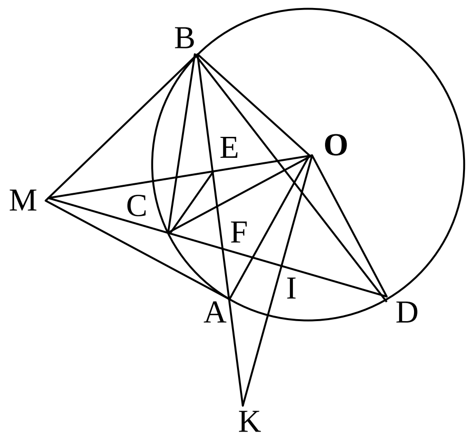
<u>Hướng dẫn:</u>

a) Chứng minh ΔIEF = ΔAEF (g.c.g),
b) Từ a) suy ra IE = AE. Tam giác IEA cân tại E có EF là phân giác góc IEA nên cũng đồng thời là đường cao. Suy ra đpcm
c) Góc IEB + góc IFB = Góc BAC + góc BAD = 180^0. từ đó suy ra đpcm
d) Gọi J là giao điểm của AB và EF. Hãy chứng minh JE^2 = JB.JA và JF^2 = JB.JA, để suy ra đpcm



Câu 13: Từ điểm M nằm ngoài (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là các tiếp điểm), và một cát tuyến MCD (theo thứ tự ấy). Gọi I là trung điểm của CD. Gọi E, F, K lần l□ợt là giao điểm của đ□ờng thẳng AB với các đ□ờng thẳng MO, MD, OI

a) Chứng minh R^2 = OE.OM = OI.OK
b) Chứng minh năm điểm M, A, B, O, I cùng thuộc một đ□ờng tròn
c) Khi cung CAD nhỏ hơn cung CBD. Chứng minh $\widehat{DEC} = 2.\widehat{DBC}$

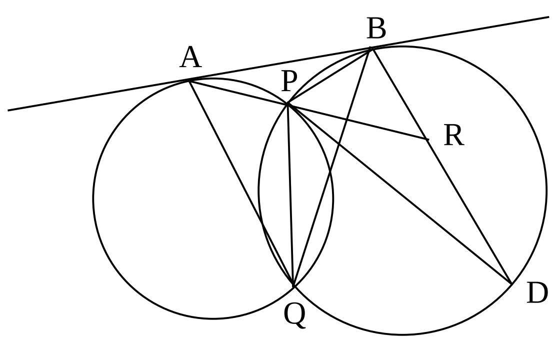


H□ớng dẫn:

a) áp dụng hệ thức l□ợng với tam giác vuông OAM, kết hợp xét hai tam giác đồng dạng MIO và KEO (g.g), suy ra đpcm
b) Vì các góc MAO, MBO, MIO cùng bằng 90^0. Suy ra đpcm
c) Chứng minh đ□ợc ME.MO = MC.MD (= MA^2), suy ra hai tam giác MEC và MDO đồng dạng (c.g.c), nên góc MEC = góc MDO. Suy ra tứ giác CEOD nội tiếp. Suy ra đpcm

Câu 14: Cho hai đ□ờng tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại P và Q, tiếp tuyến chung với hai đ□ờng tròn gần P hơn, có tiếp điểm với (O_1) và (O_2) thứ tự là A và B. Tiếp tuyến của (O_1) tại P cắt (O_2) tại điểm thứ hai D khác P. Đ□ờng thẳng AP cắt đ□ờng thẳng BD tại R. Hãy chứng minh.

a) Góc QAP = góc QPD = góc QBD và bốn điểm A, Q, B, R cùng thuộc một đ□ờng tròn
b) Tam giác BPR cân
c) Đ□ờng tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB và RB



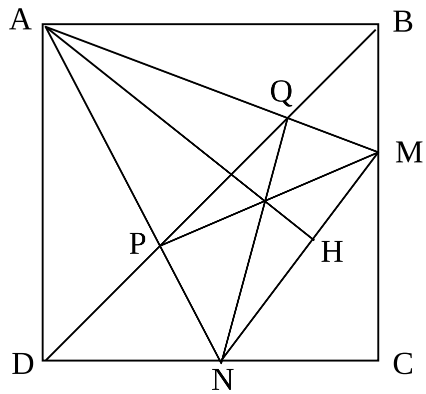
H□ớng dẫn:

a) Vì góc QAP = góc QBD (= góc QPD) nên bốn điểm A, Q, B, R cùng thuộc một đ□ờng tròn
b) Ta có góc BRP = góc BQA (theo a) = góc BQP + góc AQP = góc ABP + góc BAP = góc BPR (góc ngoài của tam giác). Suy ra đpcm
c) Ta có góc BPR = góc ABP + góc BAP = góc PQB + góc BQR (theo a) = góc PQR, suy ra đ□ờng tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB. T□ơng tự cho RB

Câu 15: Cho hình vuông ABCD, điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và điểm N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho góc MAN $=45^0$. BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q.

a) Chứng minh tứ giác ABMP và tứ giỏc DAQN nội tiếp
b) Chứng minh năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
c) Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (A; AB) khi M và N thay đổi
d) Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là S_1 và diện tích của tứ giác PQMN là S_2. Chứng minh tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ không đổi khi M và N thay đổi.

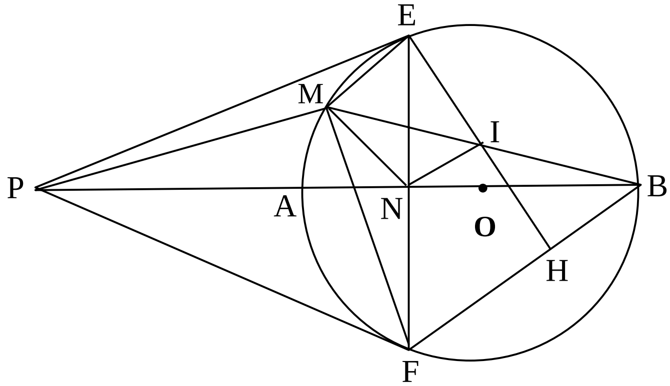
<u>Hướng dẫn:</u>



a) Góc PAM = góc PBM $= 45^0$
b) Từ câu a suy ra góc APM $= 90^0$; góc ABM $= 90^0$. Tương tự góc AQN $= 90^0$. Từ đó năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn
c) Kẻ AH vuông góc với MN. Góc AMH = góc APQ = góc AMB. Nên ΔAMH = ΔAMB (cạnh huyền – góc nhọn), suy ra AH = AB. Suy ra đpcm
d) Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AMN nên $S_{APQ}: S_{AMN} = (AP : AM)^2 = \cos^2(45^0) = \frac{1}{2}$. Từ đó $S_1 = S_2$

Câu 16: Từ điểm P ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến PE và PF. Tia PO cắt đường tròn ở A và B (A nằm giữa P và O). Kẻ EH vuông góc với FB. Gọi I là trung điểm EH. Tia BI cắt (O) tại điểm thứ hai M (M khác B), EF cắt AB tại N. Chứng minh

a) NI // FB
b) Tứ giác MEIN nội tiếp và góc EMN $= 90^0$
c) Bốn điểm P, M, N, F cùng thuộc một đường tròn
d) AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PEM



Hướng dẫn:

a) NI là đường trung bình của tam giác EFH, suy ra đpcm
b) Góc EMI = góc ENI (= góc EFB), suy ra đpcm
c) Góc MFP = góc MBF (1). Mà góc MNP và góc MBF lần lượt phụ với hai góc bằng nhau là góc MNE và góc MIE nên góc MNP = góc MBF (2) . Từ (1) và (2) suy ra đpcm
d) Góc MPN = góc MFE = góc MEP, suy ra đpcm

Câu 17: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). H là trực tâm của tam giác, M là một điểm trên cung nhỏ BC

a) Xác định vị trí của điểm M để tứ giác BHCM là hình bình hành
b) Gọi N và E lần lượt là điểm đối xứng của M qua AB, AC. Chứng minh các tứ giác AHCE và AHBN nội tiếp và ba điểm N, H, E thẳng hàng
c) Xác đinh vị trí của điểm M để độ dài đoạn NE lớn nhất

Hướng dẫn:

a) Để tứ giác BHCM là hình bình hành thì BM phải vuông góc với AB. Ngược lại đúng. Vậy M đối xứng với A qua O
b) Giả sử AH cắt BC tại A_1, CH cắt AB tại C_1. Khi đó góc AHC = góc A_1HC_1 (1). Còn góc AEC = góc AMC = góc ABC (2). Do tứ giác A_1BC_1H nội tiếp nên từ (1) và (2) suy ra tứ giác AHCE nội tiếp. Tương tự với tứ giác AHBN. Từ các kết quả trên ta có góc AHE + góc AHN = góc ACE + góc ABN = góc ACM + góc ABM = 180^0. Suy ra ba điểm N, H, E thẳng hàng
c) Chứng minh được tam giác ANE cân tai A (vì AN = AM = AE) và góc ở đỉnh NAE = 2. góc BAC (cố định) nên cạnh đáy NE lớn nhất khi và chỉ khi cạnh bên AN lớn nhất khi và chỉ khi AM lớn nhất khi và chỉ khi M đối xứng với A qua O

Câu 18: Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn tâm O đi qua B và C. Qua A vẽ các tiếp tuyến AE, AF với (O). Gọi I là trung điểm BC, N là trung điểm của EF

a) Chứng minh $AE^2 = AF^2 = AB.AC$
b) Đường thẳng FI cắt đường tròn (O) ở K. Chứng minh KE//AB
c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI chạy trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi

Hướng dẫn:

a) Dễ chứng minh
b) Tứ giác AOIF nội tiếp (vì góc AFO = góc AIO = 90^0). Nên suy ra góc 2AIF = 2góc AOF = góc EOF = 2góc EKF. Suy ra EK// AB
c) **Gọi K là giao điểm của BC và EF. Sử dụng các cặp tam giác đồng dạng sẽ chứng minh được AK.AI = AN.AO = AE^2 = AB.AC, mà AI, AB, AC cố định nên AK cố đinh, suy ra điểm K cố định. Từ đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI hay** tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ONKI chạy trên chạy trên đường trung trực của đoạn KI (cố định)

Câu 19: Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M bên ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MAB không đi qua tâm O (A nằm giữa M và B. Tia phân giác của góc ACB cắt AB tại E

a) Chứng minh MC = ME
b) Chứng minh DE là phân giác của góc ADB
c) Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Chứng minh năm điểm O, I, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn
d) Chứng minh IM là phân giác của góc CID

Hướng dẫn:

a) góc MEC = góc EBC + góc BCE = góc ACM + góc ECA = góc ECM. Suy ra đpcm
b) Theo câu a, ta suy ra ME = MD, nên góc MED = góc MDE. Tức là góc MBD + góc BDE = góc MDA + góc ADE (1). Nhưng góc MBD = góc MDA (2). Từ (1) và (2) suy ra góc BDE = góc ADE, suy ra đpcm
c) Dễ chứng minh

d) Theo câu c) tứ giác CIDM nội tiếp, lại chú ý rằng MC = MD, nên suy ra đpcm

Câu 20: Từ điểm A bên ngoài đường tròn (O), vẽ các tiếp tuyến AB và AC (B và C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BO cắt BC, BE thứ tự ở H và K. Gọi M là trung điểm của DE

a) Chứng minh năm điểm A, B, O, M, C cùng thuộc một đường tròn
b) Chứng minh góc KDM = góc BCM
c) Chứng minh DH = HK

Hướng dẫn:

a) Dễ chứng minh
b) Góc KDM = góc BCM (vì cùng bằng góc BAM)
c) Từ câu b), suy ra tứ giác HDCM nội tiếp. Từ đó góc HMD = góc HCD = góc BED, suy ra HM // BE (1). Lại có DM = ME (2) nên DH = HK

Câu 21: Cho tam giác đều ABC, điểm M thuộc cạnh BC. Gọi D và E là đối xứng của M lần lượt qua AB và AC. Vẽ hình bình hành DMEI.

a) Tính góc DME
b) Chứng minh bốn điểm D, A, E, I cùng thuộc một đường tròn
c) Chứng minh AI // BC

Hướng dẫn:

a) Dễ tính được góc DME = 120^0
b) Tính được góc DAE = 120^0 và góc DIE = 120^0. Suy ra đpcm
c) Tính được góc IAC = góc IAE + góc EAC = góc IDE + góc EAC = góc DEM + góc KAM = góc HKM + góc KAM = góc HAM + góc KAM = góc BAC = 60^0 = góc ACB. Suy ra đpcm