CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
PHẦN 1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

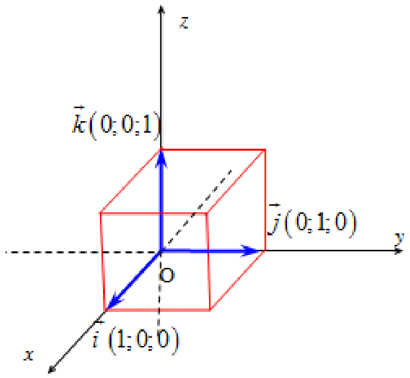
-Gv: Nguyễn Văn Nuôi

1. Hệ tọa độ Đêcac vuông góc trong không gian

Cho ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là: các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là: hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz hoặc đơn giản là: hệ tọa độ Oxyz.

<u>*Chú ý*</u> $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i}.\vec{j} = \vec{i}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{j} = 0$.

2. Tọa độ của vectơ



a) Định nghĩa $\vec{u} = (x;\ y;\ z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

b) Tính chất Cho $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3),\ \vec{b} = (b_1;b_2;b_3),\ k \in R$

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1;\ a_2 \pm b_2;\ a_3 \pm b_3)$
- $k\vec{a} = (ka_1;\ ka_2;\ ka_3)$
- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$
- $\vec{0} = (0;0;0),\ \vec{i} = (1;0;0),\ \vec{j} = (0;1;0),\ \vec{k} = (0;0;1)$
- $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}\,(\vec{b} \neq \vec{0}) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = k\vec{b}\ \ (k \in R)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3},\quad (b_1,\ b_2,\ b_3 \neq 0)$$

- $\vec{a}.\vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$
- $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
- $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_2^2}$
- $\cos(\vec{a},\ \vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ *(với $\vec{a},\ \vec{b} \neq \vec{0}$)*

3. Tọa độ của điểm

a) Định nghĩa $M(x;\ y;\ z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x;y;z)$ *(x hoành độ, y tung độ, z cao độ)*

Chú ý
- *M ∈ (Oxy) ⇒ M(x; y; 0); M ∈ (Oyz) ⇒ M(0; y; z); M ∈ (Oxz) ⇒ M(x; 0; z)*
- *M ∈ Ox ⇒ M(x; 0; 0) ; M ∈ Oy ⇒ M(0; y; 0); M ∈ Oz ⇒ M(0; 0; z)*

b) Tính chất Cho $A(x_A;\ y_A;\ z_A),\ B(x_B;\ y_B;\ z_B)$

- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- Toạ độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k *(k≠1)* $M\left(\dfrac{x_A - kx_B}{1-k}; \dfrac{y_A - ky_B}{1-k}; \dfrac{z_A - kz_B}{1-k}\right)$
- Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$
- Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

- Toạ độ trọng tâm G của tứ diện ABCD

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_C}{4}\right)$$

4. Tích có hướng của hai vectơ *(Chương trình nâng cao)*

a) Định nghĩa Cho $\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3),\ \vec{b} = (b_1,\ b_2,\ b_3)$.

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{a}\wedge\vec{b}=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1\right)$$

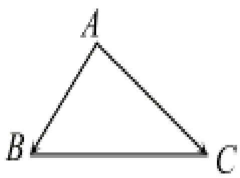
Chú ý *Tích có hướng của hai vectơ là: một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ là: một số.*

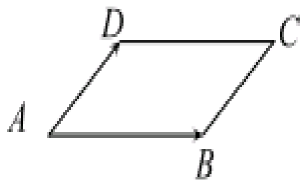
b) Tính chất

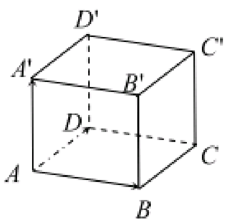
- $\left[\vec{i},\vec{j}\right]=\vec{k}$; $\left[\vec{j},\vec{k}\right]=\vec{i}$; $\left[\vec{k},\vec{i}\right]=\vec{j}$
- $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a}$; $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$
- $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right|=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$
- $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow$ $[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$

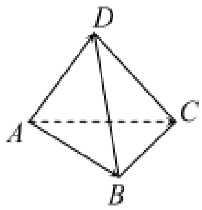
c) Ứng dụng của tích có hướng

- ***Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ*** $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow$ $[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0$
- ***Diện tích hình bình hành ABCD*** $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$
- ***Diện tích tam giác ABC*** $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$
- ***Thể tích khối hộp ABCD.A′B′C′D′*** $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}].\overrightarrow{AA'}\right|$
- ***Thể tích tứ diện ABCD*** $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|$









Chú ý

*– **Tích vô hướng** của hai vectơ thường sử dụng để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc giữa hai đường thẳng.*

*– **Tích có hướng** của hai vectơ thường sử dụng để tính diện tích tam giác; tính thể tích khối tứ diện, thể tích hình hộp; chứng minh các vectơ đồng phẳng – không đồng phẳng, chứng minh các vectơ cùng phương.*

$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\\ \vec{a}\text{ và }\vec{b}\text{ cùng phương}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}\\ \vec{a},\vec{b},\vec{c}\text{ đồng phẳng}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0\end{array}}$$

– Tính chất hình học của các điểm đặc biệt

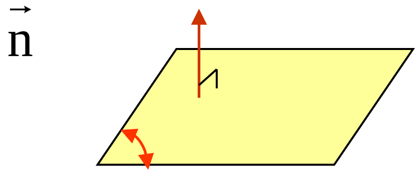
- *A, B, C thẳng hàng* $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ *cùng phương* $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow$ $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$
- *ABCD là: hình bình hành* $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
- *Cho ΔABC có các chân E, F của các đường phân giác trong và ngoài của góc A của ΔABC trên BC. Ta có* $\overrightarrow{EB}=-\dfrac{AB}{AC}.\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{FB}=\dfrac{AB}{AC}.\overrightarrow{FC}$
- *A, B, C, D không đồng phẳng* $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ *không đồng phẳng* $\Leftrightarrow$ $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq 0$

5. Phương trình mặt cầu

- Phương trình mặt cầu (S) tâm *I(a; b; c),* bán kính *R*

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

- Phương trình $x^2+y^2+z^2+2Ax+2By+2Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2-D>0$ là phương trình mặt cầu tâm *I(– A; – B; – C)* và bán kính $R=\sqrt{A^2+B^2+C^2-D}$.



1. **Phương trình tổng quát mặt phẳng**

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Vectơ $\vec{n}$ (khác $\vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mp(P).

b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (A, B, C)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát dạng ***$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$***

c) Mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là mặt phẳng qua điểm A (hoặc B hoặc C) và nhận vectơ $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

d) Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng

Mặt phẳng qua ba điểm (a, 0, 0), (0, b, 0) và (0, 0, c) với $abc \neq 0$ có phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \qquad (1)$$

Phương trình (1) gọi là phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng.

II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Cho (P) $Ax + By + Cz + D = 0$ (Q) $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

Khi đó

(P) cắt Q ⇔ A B C ≠ A' B' C'

(P) // (Q) ⇔ $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} \neq \dfrac{D}{D'}$

(P) ≡ (Q) ⇔ $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} = \dfrac{D}{D'}$

III. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẲNG

Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) $Ax + By + Cz + D = 0$ xác định bởi công thức

$$d(M;(\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

IV. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Cho hai mặt phẳng (P) $Ax + By + Cz + D = 0$; (Q) $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng thì ta có

$$\cos\varphi = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

III. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. <u>Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng</u>

Đường thẳng (d) qua $M(x_0, y_0)$ nhận $\vec{a} = (a, b, c)$ là: m vectơ chỉ phương có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Nếu $abc \neq 0$ thì (d) có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

2. Đường thẳng qua hai điểm A và B *Đường thẳng AB là: đường thẳng qua điểm A (hoặc B) và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ là: m vectơ chỉ phương.*

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = x_1 + a_1 t \\ y = y_1 + b_1 t \\ z = z_1 + c_1 t \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x = x_2 + a_2 t' \\ y = y_2 + b_2 t' \\ z = z_2 + c_2 t' \end{cases}$ lần lượt có vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$.

Để xét vị trí tương đối của (d_1) và (d_2) ta có hai cách

Cách 1 Lấy $M \in (d)$ và $M' \in (d')$. Khi đó

+ (d) cắt (d') $\Leftrightarrow [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}].\overrightarrow{MM'} = 0$ và $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] \neq \vec{0}$.

+ (d) chéo (d') $\Leftrightarrow [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}].\overrightarrow{MM'} \neq 0$

+ (d) // (d') $\Leftrightarrow [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = \vec{0}$ và M không thuộc (d_2).

+ (d) trùng (d') $\Leftrightarrow [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = \vec{0}$ và M thuộc (d_2).

Cách 2 Giải hệ phương trình hai ẩn t và t' $\begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 t' \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 t' \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 t' \end{cases}$

+ Nếu hệ có vô số nghiệm thì (d_1) trùng (d_1).
+ Nếu hệ có duy nhất nghiệm thì (d_1) cắt (d_2).
+ Nếu hệ vô nghiệm và $\overrightarrow{u_1}$ cùng phương $\overrightarrow{u_2}$ thì (d_1) song song (d_2).
+ Nếu hệ vô nghiệm và $\overrightarrow{u_1}$ không cùng phương $\overrightarrow{u_2}$ thì (d_1) và (d_2) chéo nhau.

4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng (d) lần lượt có phương trình la

$$(P): Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và } (d): \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \quad (*) \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Thay (*) vào (P) ta có phương trình ẩn t.

$$A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0 \quad (1)$$

+ Nếu phương trình (1) có duy nhất nghiệm thì (d) cắt (P) tại một điểm.
+ Nếu (1) vô nghiệm thì (d) // mp(P).
+ Nếu (1) có vô số nghiệm thì (d) nằm trong mp(P).

PHẦN 2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là: :

A. $\vec{n} = (-5;6;-7)$ B. $\vec{n} = (-5;-6;7)$ C. $\vec{n} = (5;-6;7)$ D. $\vec{n} = (-5;6;7)$

Câu 2. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;-6;2)$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3t \\ z = -1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = -6 \\ z = 2-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -1-6t \\ z = 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -6t \\ z = 1+2t \end{cases}$

Câu 3. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -3+5t \end{cases}$ phương trình nào sau đây là: phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$ B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$

Câu 4. Phương trình nào sau đây là chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$?

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$

Câu 5. Tọa độ giao điểm *M* của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+5y-z-2=0$ là:

A. $M(1;0;1)$ B. $M(0;0;-2)$ C. $M(1;1;6)$ D. $M(12;9;1)$

Câu 6. Tọa độ giao điểm *M* của đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$ là:

A. $M\left(\frac{1}{2};3;-\frac{15}{2}\right)$ B. $M\left(-\frac{7}{2};3;\frac{3}{2}\right)$ C. $M\left(\frac{7}{2};-3;\frac{3}{2}\right)$ D. $M\left(\frac{7}{2};3;-\frac{3}{2}\right)$

Câu 7. Cho điểm $A(1;4;-7)$ và $mp(P): x+2y-2z-3=0$ đường thẳng đi qua điểm *A* và vuông góc với $mp(P)$ có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{2}$ B. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{1}$ D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+7}{3}$

Câu 8. Cho điểm $M\left(2;-3;5\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-t\\ z=4+t\end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm *M* và song song với *d* có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-5}{4}$ B. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+5}{4}$

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{1}$ D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{1}$

Câu 9. Cho *d* là: đường thẳng qua $M\left(1;-2;3\right)$ và vuông góc với $mp\left(Q\right):4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của *d* là:

A. $\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+4t\\ z=3-7t\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=1+4t\\ y=-2+3t\\ z=3-7t\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=1+4t\\ y=2+3t\\ z=3-7t\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=1-4t\\ y=-2+3t\\ z=3-7t\end{cases}$

Câu 10. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=1+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+3y+z+1=0$. Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng

A. $d//\left(\alpha\right)$ B. d cắt $\left(\alpha\right)$ C. $d\subset\left(\alpha\right)$ D. $d\perp\left(\alpha\right)$

Câu 11. Cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+y+z-4=0$. Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng

A. $d//\left(\alpha\right)$ B. d cắt $\left(\alpha\right)$ C. $d\subset\left(\alpha\right)$ D. $d\perp\left(\alpha\right)$

Câu 12. Hãy chọn kết luận đúng về vị trí tương đối giữa hai dường thẳng

$$d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=3-t\end{cases}\text{ và } d:\begin{cases}x=1+2t'\\ y=-1+2t'\\ z=2-2t'\end{cases}$$

A. d cắt d' B. $d\equiv d'$ C. d chéo với d' D. $d//d'$

Câu 13. Giao điểm của hai dường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-2+3t\\ z=6+4t\end{cases}$ và $d:\begin{cases}x=5+t'\\ y=-1-4t'\\ z=20+t'\end{cases}$ có tọa độ là:

A. $\left(-3;-2;6\right)$ B. $\left(5;-1;20\right)$ C. $\left(3;7;18\right)$ D. $\left(3;-2;1\right)$

Câu 14. Tìm m để hai đường thẳng sau đây cắt nhau $d:\begin{cases}x=1+mt\\ y=t\\ z=-1+2t\end{cases}$ và $d:\begin{cases}x=1-t'\\ y=2+2t'\\ z=3-t'\end{cases}$

A. $m=0$ B. $m=1$ C. $m=-1$ D. $m=2$

Câu 15. Khoảng cách từ điểm $M\left(2;0;1\right)$ đến đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ bằng

A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

Câu 16. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1-t\\ z=1\end{cases}$ và $d':\frac{x-2}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{1}$ bằng

A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua *A*, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-5}$ B. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-5}$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{5}$ D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{-5}$

Câu 18. Cho $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm *G* của tam giác *ABC* và vuông góc với $mp(ABC)$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} - 5t \\ y = -\dfrac{1}{3} - 4t \\ z = -3t \end{cases}$

Câu 19. Cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm *M* là: điểm đối xứng với điểm *A* qua *d*.

A. $M(2;-5;3)$ B. $M(-1;0;2)$ C. $M(0;-1;2)$ D. $M(2;-3;5)$

Câu 20. Cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y-z-7=0$. Tìm tọa độ điểm *M* là: điểm đối xứng với điểm *A* qua (P).

A. $M(7;11;-2)$ B. $M(-1;-1;2)$ C. $M(0;-1;-2)$ D. $M(2;-1;1)$

Câu 21. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua *A* cắt *d* và song song với $mp(\alpha)$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$ B. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$ D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$

Câu 22. Cho hai điểm $A(1;-1;1), B(-1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng *d* đi qua *A*, vuông góc với hai đường thẳng *AB* và Δ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{4}$ B. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-4}{1}$

C. $\dfrac{x+1}{7} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{4}$ D. $\dfrac{x+7}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+4}{1}$

Câu 23. Cho điểm $A(1;7;3)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-6}{-3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Tìm tọa độ điểm *M* thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{30}$

A. $M(9;1;-3)$ hoặc $M\left(\dfrac{33}{7};-\dfrac{13}{7};\dfrac{11}{7}\right)$ B. $M(3;-3;-1)$ hoặc $M\left(\dfrac{33}{7};-\dfrac{13}{7};\dfrac{11}{7}\right)$

C. $M(9;1;-3)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7};-\frac{1}{7};-\frac{17}{7}\right)$ D. $M(3;-3;-1)$ hoặc $M\left(\frac{51}{7};-\frac{1}{7};-\frac{17}{7}\right)$

Câu 24. Cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y=1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt *d* và vuông góc với *d* có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=t\end{cases}$

Câu 25. Cho hai điểm $A(1;-1;2),B(2;-1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$. Tọa độ điểm *M* thuộc *d* sao cho tam giác *AMB* vuông tại *M* là:

A. $M(1;-1;0)$ hoặc $M\left(\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{2}{3}\right)$ B. $M(-1;1;0)$ hoặc $M\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$

C. $M(-1;-1;0)$ hoặc $M\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$ D. $M(-1;-1;0)$ hoặc $M\left(\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{2}{3}\right)$

Câu 26. Cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của *d* trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là:

A. $\begin{cases}x=0\\y=-1-t\\z=0\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=0\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=1+t\\z=0\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-1+t\\z=0\end{cases}$

Câu 27. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-8+4t\\y=5-2t\\z=t\end{cases}$ và điểm $A(3;-2;5)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm *A* trên *d* là:

A. $(4;-1;3)$ B. $(-4;1;-3)$ C. $(4;-1;-3)$ D. $(-4;-1;3)$

Câu 28. Cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+3}{2}$ và $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$. Khoảng cách giữa d_1 và d_2 bằng

A. $4\sqrt{2}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{2}$

Câu 29. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-2t\\y=3\\z=t\end{cases}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1,d_2 có phương trình là:

A. $x+5y+2z+12=0$ B. $x+5y-2z+12=0$

C. $x-5y+2z-12=0$ D. $x+5y+2z-12=0$

Câu 30. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=5+2t\\y=1-t\\z=5-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=9-2t\\y=t\\z=-2+t\end{cases}$. Mặt phẳng chứa cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $3x-5y+z-25=0$ B. $3x+5y+z-25=0$

C. $3x-5y-z+25=0$ D. $3x+y+z-25=0$

Câu 31. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$.

Mặt phẳng chứa *d* và vuông góc với $mp(P)$ có phương trình là:

A. $2x-2y+z-8=0$ B. $2x-2y+z+8=0$

C. $2x+2y+z-8=0$ D. $2x+2y-z-8=0$

Câu 32. Cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Điểm $M\in\Delta$ mà MA^2+MB^2 nhỏ nhất có tọa độ là:

A. $(-1;0;4)$ B. $(0;-1;4)$ C. $(1;0;4)$ D. $(1;0;-4)$

Câu 33. Cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng *d* nằm trên $mp(P)$ sao cho mọi điểm của *d* cách đều hai điểm *A*, *B* có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$

Câu 34. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-9}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{-7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

A. $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-4}$ B. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$

C. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-9}{4}$ D. $\dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{-4}$

Câu 35. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2\end{cases}$. Đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$ B. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{4}$

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$ D. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$

Câu 36. Cho $mp(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng *d* là:

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$ B. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ D. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$

Câu 37. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$ và $(Q): x+y+z-1=0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là:

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$ B. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{1}$ D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-1}$

Câu 38. Cho ba điểm $A(3;2;-2), B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm *H* là: hình chiếu vuông góc của *A* trên đường thẳng *BC*

A. $H(1;0;-1)$ B. $H(-1;0;1)$ C. $H(0;1;-1)$ D. $H(1;-1;0;)$

Câu 32. Cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$. Điểm $M \in \Delta$ mà MA^2+MB^2 nhỏ nhất có tọa độ là:

A. $(-1;0;4)$ B. $(0;-1;4)$ C. $(1;0;4)$ D. $(1;0;-4)$

Câu 40. Cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ điểm *H* là: hình chiếu vuông góc của *A* trên đường thẳng *d*

A. $H\left(\frac{1}{3};-\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$ B. $H\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$ C. $H\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$ D. $H\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$

Câu 41. Cho hai điểm $A(2;1;0), B(-2;3;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng *d* là:

A. $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$ B. $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$

C. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=17$ D. $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$

Câu 42. Cho hai điểm $A(0;0;3), M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua *A* và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác *ABC* có trọng tâm thuộc đường thẳng *AM.*

A. $(P): 6x+3y+4z-12=0$ B. $(P): 6x-3y+4z-12=0$

C. $(P): 6x+3y+4z+12=0$ D. $(P): 6x+4y+3z-12=0$

Câu 43. Cho điểm $I(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm *I* và cắt *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông tại *I.*

A. $(S): x^2+y^2+(z+3)^2=\frac{8}{3}$ B. $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{8}{3}$

C. $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{4}{3}$ D. $(S): x^2+y^2+(z+3)^2=\frac{4}{3}$

Câu 44. Cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt *d* và (P) lần lượt tại *M* và *N* sao cho *A* là: trung điểm của đoạn thẳng *MN.*

A. $\Delta: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{2}$ B. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{2}$

C. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$ D. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-1}$

Câu 45. Cho hai điểm $A(-1;2;3), B(1;0;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z-4=0$. Tìm tọa độ điểm *M* thuộc (P) sao cho ba điểm *A, B, M* thẳng hàng.

A. $M(0;-1;-1)$ B. $M(0;1;1)$ C. $M(0;-1;1)$ D. $M(0;1;-1)$

Câu 46. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho $AB=\sqrt{26}$.

A. $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ B. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5$

C. $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$ D.

$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$

Câu 47. Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm *A*, vuông góc với đường thẳng *d* và cắt trục Ox.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{2}$

C. $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{3}$

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$

Câu 48. Cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng Δ, bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ hoặc $(S):(x+5)^2+(y+11)^2+(z+2)^2=1$

B. $(S):(x-3)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=1$ hoặc $(S):(x+3)^2+(y+7)^2+(z+1)^2=1$

C. $(S):(x+3)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=1$ hoặc $(S):(x-3)^2+(y-7)^2+(z-1)^2=1$

D. $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=1$ hoặc $(S):(x-5)^2+(y-11)^2+(z-2)^2=1$

Câu 49. Cho các điểm $A(2;1;0),B(1;2;2),C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-20=0$. Tọa độ của điểm *D* thuộc đường thẳng *AB* sao cho đường thẳng *CD* song song với mặt phẳng (P) là:

A. $D\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};1\right)$

B. $D\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$

C. $D\left(-\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$

D. $D\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2};-1\right)$

Câu 50. Cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Đường thẳng *d* đi qua điểm $A(3;-1;2)$, cắt đường thẳng Δ và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-1}{-10}=\dfrac{z+2}{9}$

B. $\dfrac{x-3}{8}=\dfrac{y+1}{-8}=\dfrac{z-2}{3}$

C. $\dfrac{x+3}{8}=\dfrac{y-1}{-8}=\dfrac{z+2}{3}$

D. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-10}=\dfrac{z-2}{9}$